

### 3. Énoncés des exercices

**Exercice 2.1** On considère deux événements A et B d'un même univers tels que :

$$P(A) = 0,1 \quad P(B) = 0,2 \quad \text{et} \quad P(A \cap B) = 0,01$$

Calculer  $P_B(A)$  et  $P_A(B)$ .

**Exercice 2.2** Soient A et B deux événements d'un même univers tels que :

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P_A(B) = \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad P_B(A) = \frac{1}{6}.$$

Déterminer  $P(A \cap B)$ ,  $P(B)$  et  $P(A \cup B)$ .

**Exercice 2.3** On tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes.

On considère les événements suivants :

C : « La carte tirée est un cœur »

T : « La carte tirée est un trèfle »

R : « La carte tirée est rouge »

D : « La carte tirée est une dame »

F : « La carte tirée est une figure »

1) Déterminer  $P_C(D)$ ,  $P_R(C)$ ,  $P(F \cap T)$ ,  $P(D \cup C)$ .

2) Quelle est la probabilité que la carte tirée soit une figure rouge ?

3) Sachant que la carte tirée est une dame, quelle est la probabilité que la carte soit un trèfle ?

**Exercice 2.4** Un disquaire range l'ensemble de ses CD en trois catégories :

— Les CD de variétés qui représentent 40% de l'ensemble et dont 75% sont des albums

— Les CD de pop-rock qui représentent 35% de l'ensemble et dont 80% sont des albums

— Les CD de classique-jazz qui représentent 25% de l'ensemble et dont 99% sont des albums

Le disquaire dispose de deux formats de CD : les albums et les deux-titres.

Un client prend un CD au hasard.

1) Traduire les informations données à l'aide d'un arbre pondéré

2) Quelle est la probabilité que le CD pris par le client soit un album ?

3) Sachant que le CD pris par le client est un album, quelle est la probabilité que ce soit un CD de classique-jazz ?

**Exercice 2.5** (exercice type Bac).

Un internaute souhaite faire un achat sur internet. Quatre sites, un français, un allemand, un canadien, et un indien présentent le matériel qu'il souhaite acquérir. L'expérience a montré que la probabilité qu'il utilise chacun de ces sites vérifie les conditions (les initiales du pays désignent les événements « L'achat s'effectue dans le pays ») :

$$P(F) = P(A); \quad P(F) = \frac{1}{2}P(C); \quad P(C) = P(I)$$

1) Calculer les probabilités  $P(F)$ ,  $P(A)$ ,  $P(C)$  et  $P(I)$

2) Sur chacun des quatre sites, l'internaute peut acheter un supplément pour son matériel. Ses expériences précédentes conduisent à formuler ainsi les probabilités conditionnelles de l'événement S « l'internaute achète un supplément » :

$$P_F(S) = 0,2; \quad P_A(S) = 0,5; \quad P_C(S) = 0,1; \quad P_I(S) = 0,4$$

a) Déterminer  $P(S \cap A)$

b) Montrer que  $P(S) = \frac{17}{60}$

c) L'internaute a acheté un supplément. Déterminer la probabilité qu'il l'ait acheté sur le site canadien.

**Exercice 2.6** Une urne A contient trois boules dont une boule rouge ; une urne B contient cinq boules dont deux rouges. On choisit une urne au hasard, puis une boule dans cette urne. Les boules sont indiscernables au toucher. On note A l'événement : « L'urne A a été choisie », B l'événement : « L'urne B a été choisie » et R l'événement : « La boule tirée est rouge ».

1) Traduire les informations données à l'aide d'un arbre pondéré.

2) Donner  $P_A(R)$  et  $P_B(R)$

3) Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge

4) On tire une boule rouge. Calculer la probabilité qu'elle provienne de l'urne B.

**Exercice 2.7** Soient A et B deux événements indépendants d'un même univers tels que  $P(A) = 0,2$  et  $P(B) = 0,3$ .

Calculer  $P(A \cap B)$  et  $P(A \cup B)$ .

**Exercice 2.8** Une usine fabriquant des microprocesseurs pouvant présenter deux défauts A et B a réalisé une étude statistique donnant les résultats suivants :

- 9% des microprocesseurs présentent le défaut A
- 6% des microprocesseurs présentent le défaut B
- 3% des microprocesseurs présentent les deux défauts

1) Les événements A : « Le microprocesseur présente le défaut A » et B : « Le microprocesseur présente le défaut B » sont-ils indépendants ?

2) Quelle est la probabilité que le microprocesseur présente uniquement le défaut A ?

3) Quelle est la probabilité que le microprocesseur ne présente aucun défaut ?

**Exercice 2.9** On lance un dé cubique parfaitement équilibré. On s'arrête dès que l'on obtient un 1, ou dès que l'on obtient un nombre strictement plus grand que 1 quatre fois de suite. On considère les variables aléatoires X et Y correspondant respectivement au nombre de lancers réalisés et au nombre de chiffres différents de 1 obtenus.

1) Déterminer la loi de probabilité de X puis la loi de probabilité de Y.

2) Ces deux variables aléatoires sont-elles indépendantes ?